

1.2.3. Дискретность излучения.

Первая линия развития квантовой механики

Первая линия развития идёт от работы Альберта Эйнштейна 1905 г., в которой была развита теория фотоэффекта. Эйнштейн предположил, что свет не только излучается, но и поглощается квантами, т. е. дискретность – свойство самого излучения, а не особенность его взаимодействия с веществом. Каждая порция излучения имеет не только энергию (1) $E = h\nu = \hbar\omega$, но и импульс

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (2)$$

где $\vec{k}$ – волновой вектор, численно равный волновому числу,

$$k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (3)$$

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c}, \quad (4)$$

где λ – длина световой волны, распространяющейся в направлении $\vec{k}$ со скоростью c , ν – частота волны, $\lambda = c / \nu$. С помощью этой гипотезы Эйнштейн объяснил экспериментальные закономерности фотоэффекта, которые противоречили классической теории света.

В 1922 г. американский физик Артур Комптон показал экспериментально, что рассеяние света свободными электронами происходит по законам упругого рассеяния двух частиц – фотона и электрона. Если обозначить E , $\vec{p}$ энергию и импульс системы до «столкновения» с квантом света (рассматриваемого условно как «частица») и E' , $\vec{p}'$ – после, то для этого процесса справедливы законы сохранения энергии и импульса:

$$\hbar\omega + E = \hbar\omega' + E', \quad \hbar\vec{k} + \vec{p} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}'.$$

Здесь $\omega, \omega', \vec{k}, \vec{k}'$ – частота света и волновой вектор до и после столкновения. Эти уравнения описывают поглощение, испускание и рассеяние света.

Эффект Комптона – упругое рассеяние электромагнитного излучения на свободных электронах, сопровождающееся увеличением длины волны (наблюдается для малых длин волн – рентгеновского и гамма-излучения), – не может быть объяснён классической теорией света Дж. Томсона.

Продолжая это направление, Луи де Бройль в 1924 г. выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма (корпускула = частица), предположив, что не только фотоны, но и электроны, и вообще все материальные частицы имеют – наряду с корпускулярными – и волновые свойства. Длину волны, которую можно сопоставить частице, получают из соотношений (2), (3):

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p}. \quad (5)$$

Если учесть нерелятивистскую связь энергии частицы с импульсом $E = \frac{p^2}{2m}$ и соотношение (1) $E = \hbar\omega$, а также (5), то получаем связь частоты ω и волнового вектора k :

$$\frac{p^2}{2m} = \hbar\omega \Rightarrow p = \sqrt{2m\hbar\omega}, \quad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m\hbar\omega}} = \frac{\sqrt{2\hbar\pi}}{\sqrt{m\omega}} \Rightarrow \omega = \frac{2\hbar\pi^2}{m\lambda^2} = \frac{2\hbar\pi^2 k^2}{m(2\pi)^2} = \frac{\hbar k^2}{2m},$$

$$\omega = \frac{\hbar}{2m} (\vec{k})^2, \quad (6)$$

а для частоты излучения справедливо $\omega = c|\vec{k}|$, см. (4). Зависимость (6) $\omega(\vec{k})$ называется законом дисперсии и определяет скорость, с которой распространяется волновой пакет – «сгусток» волн, образующийся при наложении волн с достаточно близкими частотами. Групповая скорость есть

$$v_{гр.} = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m}, \quad (7)$$

тогда как для фотонов (см. (4)) –

$$v_{ф.гр.} = c. \quad (8)$$

Основным признаком волн является их способность к интерференции. Для демонстрации интерференционной картины света обычно используют решётки с параллельными щелями. От каждой из щелей волны расходятся, встречаясь с волнами от соседних щелей – происходит дифракция волн на решётке. Если длина волны много меньше размеров щели, то на экране будет наблюдаться геометрическая тень от непрозрачных участков между щелями (это происходит в привычных для нас макроскопических явлениях – тень от забора, к примеру). Но если длина волны сравнима с размерами щелей, то на экране появляются освещённые и тёмные участки, положение и форма которых определяются шириной и взаимным расположением щелей. Для электронов роль решётки могут играть кристаллы, в которых атомы расположены периодически и на расстояниях, сравнимых с длиной волны электрона $\sim 10^{-8}$ см.

Прямое доказательство того, что электроны могут дифрагировать на кристаллических решётках, получили в своих опытах американские учёные Клинтон Дэвиссон и Лестер Джермер в 1927 г. Позднее наблюдали дифракцию и других микрочастиц вплоть до молекул, так что справедливость гипотезы де Бройля была подтверждена экспериментально. А в 1926 г. немецкий учёный Макс Борн дал вероятностную интерпретацию волн де Бройля. В том же 1926 году австрийский физик Эрвин Шрёдингер предложил уравнение, описывающее поведение таких волн во внешних силовых полях. Это уравнение стало основным уравнением нерелятивистской ($v \ll c$) квантовой механики. В 1928 г. английский физик Поль Дирак сформулировал релятивистское уравнение движения электрона во внешнем силовом поле, его уравнение – уравнение Дирака – стало одним из основных уравнений релятивистской ($v \gg c$) квантовой механики. Эта линия развития квантовой механики была названа «волновая механика». Эквивалентность волновой механики другой линии развития – «матричной механики» была доказана вскоре после появления уравнения Шрёдингера.